

21118

B. Sc. (Final Year) Examination, 2021

(New Course)

MATHEMATICS

Paper : First

(Linear Algebra and Numerical Analysis)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 40

नोट : सभी खण्ड निर्देशानुसार हल कीजिए। सभी के अंक खण्डों के समक्ष अंकित हैं।

Note: Attempt all section as directed. Marks are indicate his section.

खण्ड-अ

Section-A

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

5×3=15

(Short Answer Type Questions)

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों का है।

Note: Attempt all five questions. Each question carries 3 marks.

1. सिद्ध कीजिए कि सदिश समष्टि $V(F)$ के एक अतिरिक्त उपसमुच्चय W को V का एक उपसमष्टि होने के लिए आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबन्ध है—

$$a, b \in F \text{ तथा } \alpha, \beta \in W \Rightarrow a\alpha + b\beta \in W$$

Prove that the necessary and sufficient condition for a non-empty subset W of a vector space $V(F)$ to be a vector subspace of V is $a, b \in F$ and $\alpha, \beta \in W \Rightarrow a\alpha + b\beta \in W$.

अथवा

Or

दो उपसमष्टियों का संघ एक उपसमष्टि होता है यदि और केवल यदि एक दूसरे में अन्तर्विष्ट होते हैं।

The union of two subspaces is a subspace if and only if one is contained in the other.

2. दर्शाइये कि समाकारिता की अष्टि $V(F)$ की उपसमष्टि होती है।

Show that the Kernel of homorphism is a subspace of $V(F)$.

अथवा

Or

दर्शाइये कि रूपान्तरण $T:V_2(R) \rightarrow V_3(R)$ जो परिभाषित है

$$T(a, b) = (a + b, a - b, b), \quad \forall a, b \in R$$

$V_2(R)$ से $V_3(R)$ में एक रेखिक रूपान्तरण है। T का परास, जाति शून्य समष्टि और शून्यता ज्ञात कीजिए।

Show that the transformation $T:V_2(R) \rightarrow V_3(R)$ defined by $T(a, b) = (a + b, a - b, b)$ is a linear transformation from $V_2(R)$ into $V_3(R)$. Find the range, rank, null space and nullity of T .

3. परिभाषित कीजिए—

(a) आन्तर गुणन समष्टि

(b) लाम्बिक सदिश

(c) लाम्बिक प्रसामान्य समुच्चय

Define :

(a) Inner product space

(b) Orthogonal vector

(c) Orthonormal set

अथवा

Or

कॉशी-स्वार्ट्ज असमिका लिखिए तथा सिद्ध कीजिए।

Write and prove Cauchy-Swartz inequality.

4. पाँच चरणों में समविभाजन विधि के प्रयोग से समीकरण $f(x) = x^3 - 2x - 5 = 0$ का एक वास्तविक मूल ज्ञात कीजिए।

Find a real root of equation $f(x) = x^3 - 2x - 5 = 0$, using bisection method in five stages.

अथवा

Or

यदि x तथा y के मान निम्न सारणी में दिये गये हैं—

x : 5 6 9 11

y : 12 13 14 16

y का मान ज्ञात कीजिए जबकि $x = 10$ (लाग्रान्ज सूत्र के प्रयोग से)

If the values of x and y are given in following table :

x : 5 6 9 11

y : 12 13 14 16

Find the value of y , when $x = 10$ by Lagrange's interpolation formula.

5. समाकलन $\int_0^6 \frac{dx}{1+x^2}$ का मूल्यांकन सिम्पसन 1/3 नियम से कीजिए।

Evaluate $\int_0^6 \frac{dx}{1+x^2}$ by Simpson's 1/3 rule.

अथवा

Or

रुंगे-कुट्टा चतुर्थ कोटि विधि के प्रयोग से y का एक सन्निकटन मान $x=0.2$ के लिए 0.1 के चरणों में ज्ञात कीजिए

यदि $\frac{dy}{dx} = x + y^2$ दिया गया है $y=1$ जब $x=0$

Apply Runge-Kutta fourth order method to find an approximate value of y for $x=0.2$ in steps of 0.1,

if $\frac{dy}{dx} = x + y^2$, given that $y=1$ when $x=0$.

खण्ड-स

Section-C

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

5×5=25

(Long Answer Type Questions)

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।

Note: Attempt all five questions. Each question carries 5 marks.

6. सदिश समष्टि समाकारिता का मूलभूत प्रमेय का कथन लिखिये व सिद्ध कीजिए।

State and prove fundamental theorem of vector space homorphism.

अथवा

Or

अस्तित्व प्रमेय का कथन लिखिए व सिद्ध कीजिए।

State and prove existence theorem.

7. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ के आइगेन मानों और संगत आइगेन सदिशों का निर्धारण कीजिए।

Determine the eigen values and corresponding Eigen vectors of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

अथवा

Or

दर्शाइये कि निम्न आव्यूह A विकर्णीय है—

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Show that following matrix A is diagonalizable :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

8. परिमित विमीय समष्टि के लिए बेसल की असमिका लिखिए व सिद्ध कीजिए।

Write and prove Bessel's inequality.

अथवा

Or

ग्राम-स्मिट लाम्बिकता विधि समझाइये।

Explain Gram-Schmidt Orthogonalization process.

9. न्यूटन विभाजित अन्तर अन्तर्वेशन सूत्र द्वारा निम्नलिखित सारणी से $f(9)$ का मान ज्ञात कीजिए—

x : 5 7 11 13 17 <https://www.mpbouonline.com>

$f(x)$: 150 392 1452 2366 5202

Evaluate $f(9)$, by using Newton's divided difference formula :

x : 5 7 11 13 17

$f(x)$: 150 392 1452 2366 5202

अथवा

Or

गॉडस-लिजान्ड्र के तीन बिन्दु सूत्र के प्रयोग से समाकल $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ का मूल्यांकन कीजिए।

Evaluate the integral $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ using Gauss-Legendre three point formula.

10. गॉस विलोपन विधि द्वारा निम्न समीकरणों के निकाय को हल कीजिए—

$$2x - y + 3z = 9, \quad x + y + z = 6, \quad x - y + z = 2$$

Solve the following system of equations by Gauss elimination method.

$$2x - y + 3z = 9, \quad x + y + z = 6, \quad x - y + z = 2$$

अथवा

Or

जैकोबी पुनरावृत्ति विधि द्वारा निम्न समीकरणों को हल कीजिए—

$$20x + y - 2z = 17, \quad 3x + 20y - z = -18, \quad 2x - 3y + 20z = 25$$

Solve the following equations by Jacobi iterative method :

$$20x + y - 2z = 17, \quad 3x + 20y - z = -18, \quad 2x - 3y + 20z = 25$$

<https://www.mpbouonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से